

## Ontwerpen en dimensioneren van steenconstructies (12)

# Tabel 6 van NEN 6790 ter discussie gesteld

prof.ir.-arch. D.R.W. Martens, Leerstoel Stapelbouw TU/e, Studiebureau Dirk Martens bvba, Zingem (B)

Formules en tabellen in normen of andere regelgeving worden verondersteld correct te zijn. Maar is dit altijd zo? Veelal is de achtergrond van de formules en tabellen nergens gepubliceerd en bijgevolg moeilijk of niet meer te achterhalen. In dit artikel zullen de uitgangspunten en de waarden van tabel 6 van de Nederlandse norm voor de berekening van steenconstructies NEN 6790 (TGB Steen) worden onderzocht en geëvalueerd.

Samengestelde buiging is één van de belangrijkste belastingen waaraan gemetselde wanden worden onderworpen. Voor de toetsing van de doorsnedecapaciteit van metselwerk wanden onder druk en buiging is in NEN 6790 [1], tabel 6 opgenomen (tabel 1). Met deze tabel is een vereenvoudigde bepaling van de rekenwaarde van de uiterst opneembare normaalkracht in een rechthoekige doorsnede mogelijk als functie van de excentriciteit van de aangrijpende normaalkracht. Omwille van de algemeenheid en de bruikbaarheid zijn de tabelwaarden weergegeven in dimensieloze grootheden. Voor de controle van deze tabelwaarden dienen eerst de uitgangspunten te worden vastgelegd, op basis waarvan dan formules kunnen worden afgeleid voor de berekening van de doorsnedecapaciteit.

### Basisprincipes

- Om de draagkracht van een metselwerkdoorsnede bij een excentrische normaalkracht te bepalen, dienen steeds drie soorten vergelijkingen te worden opgesteld.
- De *evenwichtsvoorwaarden* bepalen de relatie tussen de inwendige spanningen en de uitwendige krachten.
- Aangezien hier sprake is van samengestelde buiging (normaalkracht + moment), moeten er slechts twee evenwichtsvergelijkingen worden opgesteld, die respectievelijk het langsevenwicht (normaalkrachten) en het rotatie-evenwicht (momenten) uitdrukken.
- De *compatibiliteitsvoorwaarden* leggen het verband vast tussen de verschillende vervormingen die in een doorsnede voorkomen. Voor metselwerk wordt, zoals bij beton, aangenomen dat rechte doorsnedes na vervorming ook recht blijven (hypothese van Bernoulli).
- De *constitutieve vergelijkingen* zijn een weergave

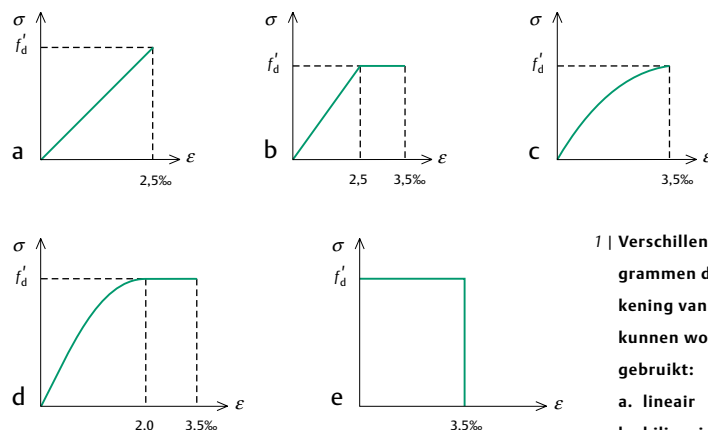
van het materiaalgedrag. De meest voorkomende materiaalmodellen zijn gebaseerd op het lineair, bilineair, parabolisch, parabool-rechthoekig [2] of rechthoekig  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram (fig. 1).

- Op basis van deze vergelijkingen kan een relatie worden opgesteld tussen de opneembare normaalkracht van de doorsnede en de excentriciteit.

### Uitgangspunten

Aangezien metselwerk wanden over het algemeen een rechthoekige doorsnede hebben, zullen in dit artikel enkel dergelijke doorsnedes worden beschouwd. De beschreven methode is evenwel ook geldig voor andere wandelementen.

Alle materiaalmodellen die in figuur 1 zijn weergegeven gaan ervan uit dat metselwerk geen trekspanningen kan opnemen. Dit impliceert dat bij de door-



1 | Verschillende  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammen die bij de berekening van metselwerk kunnen worden gebruikt:  
a. lineair  
b. bilineair (NEN 6790)  
c. parabolisch  
d. parabool-rechthoekig [2]  
e. rechthoekig

Tabel 1 | Verband tussen de rekenwaarde van de uiterst opneembare normaaldrukkraft  $N'_{u,d}$  en de rekenwaarde voor de druksterkte  $f'_d$  als functie van  $e_t$  voor rechthoekige doorsnedes

$\frac{e_t}{d}$	$\frac{N'_{u,d}}{f'_d b d}$
0,00	1,00
0,05	0,86
0,10	0,74
0,15	0,63
0,20	0,54
0,25	0,45
0,30	0,36
0,35	0,27
0,40	0,18
0,45	0,09
0,50	0,00

snedeberekening een onderscheid moet worden gemaakt tussen een volledig gedrukte doorsnede (kleine excentriciteit) en een gescheurde doorsnede (grote excentriciteit).

Omwille van de eenvoud van notatie worden alle drukspanningen en corresponderende rekken in dit artikel als positief beschouwd en worden de formules in de volgende dimensieloze grootheden uitgedrukt:

de gereduceerde opneembare normaalkracht:

$$v = \frac{N_d}{b d f'_d} \text{ (benuttingsgraad)}$$

het gereduceerd opneembaar moment:

$$\mu = \frac{M_d}{b d^2 f'_d}$$

Aangezien de excentriciteit  $e = M_d / N_d$ , geldt eveneens:

$$\mu = v \frac{e}{d}$$

waarin:

$b$  is de breedte van de doorsnede;

$d$  is de dikte van de wand;

$f'_d$  is de rekenwaarde van de druksterkte van het metselwerk;

$e$  is de excentriciteit van de normaalkracht;

$e/d$  is de relatieve excentriciteit;

$N_d$  is de rekenwaarde van de normaalkracht die op de doorsnede werkt;

$M_d$  is de rekenwaarde van het buigend moment dat op de doorsnede werkt.

#### Lineair $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram

Een representatief materiaalmodel dient overeen te stemmen met de resultaten van experimenteel onderzoek. Bij drukproeven op metselwerk met volle bakstenen en traditionele metselmortel wordt meestal een spanning-rekdiagram gevonden zoals in figuur 2 is weergegeven. In dit geval blijkt het bilineair  $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram dat in NEN 6790 is voorgeschreven, een goede benadering te vormen van de realiteit.

Voor andere steen-mortelcombinaties geldt dit evenwel niet. Wanneer sterk geperforeerde bakstenen

worden gebruikt (Belgische of Duitse snelbouwstenen, foto 3) is het bezwijkgedrag veel brosser en dient een zuiver lineair-elastisch materiaalgedrag te worden aangenomen (fig. 1a).

Op basis van het lineair  $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram kunnen de volgende doorsnedeberekeningen worden uitgevoerd:

*Volledig gedrukte doorsnede (fig. 4a)*

evenwichtsvergelijkingen:

- langsevenwicht:

$$N_d = b d \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2}$$

- rotatie-evenwicht:

$$M_d = b d \frac{(\sigma_a - \sigma_b)}{2} \left( \frac{d}{2} - \frac{d}{3} \right) = \frac{b d^2}{12} (\sigma_a - \sigma_b)$$

compatibiliteitsvoorwaarde:

$$\frac{\varepsilon_a}{x} = \frac{\varepsilon_b}{x - d}$$

constitutieve vergelijkingen:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= E \varepsilon_a \\ \sigma_b &= E \varepsilon_b \end{aligned}$$

in de bezwijktoestand geldt:

$$\sigma_a = f'_d$$

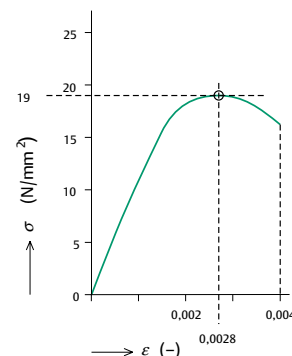
Door eliminatie van de rekken, de spanningen en de hoogte van de gedrukte doorsnede kunnen de volgende vergelijkingen worden afgeleid die een relatie vastleggen tussen de gereduceerde opneembare normaalkracht en respectievelijk de relatieve excentriciteit en het gereduceerd opneembaar buigend moment:

$$v = \frac{1}{1 + 6 \frac{e}{d}} \quad \text{en} \quad \mu = \frac{1}{6} (1 - v)$$

Deze formules zijn slechts geldig voor zover de spanning  $\sigma_b \geq 0$ . Uit de compatibiliteitsvoorwaarden volgt

2 | Spanning-rekdiagram bij metselwerk met volle baksteen en traditionele metselmortel

3 | Geperforeerde bakstenen (snelbouwsteen)



dat deze eis gelijkwaardig is met de volgende randvoorwaarden ( $x = d$ ):

$$e \leq \frac{d}{6} \text{ of } v \geq \frac{1}{2}$$

Gescheurde doorsnede (fig. 4b)

Op een analoge manier kunnen de formules worden afgeleid die geldig zijn voor een gescheurde doorsnede [3]:

$$v = \frac{1}{1 + 6 \frac{e}{d}} \text{ en } \mu = \frac{1}{6} (1 - v)$$

met als randvoorwaarden:

$$e \geq \frac{d}{6} \text{ of } v \leq \frac{1}{2}$$

In figuur 5, lijn a is de relatie tussen de gereduceerde opneembare normaalkracht en de relatieve excentriciteit bij lineair-elastisch gedrag grafisch weergegeven. Deze figuur wordt ook wel het diagram van Bélanger genoemd [4].

#### Bilineair $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram

Aangezien geperforeerde stenen in Nederland slechts in beperkte mate werden en worden toegepast, is NEN 6790 volledig gebaseerd op het bilineair  $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram conform figuur 1b. Op basis van dit materiaalgedrag kunnen de volgende vergelijkingen worden opgesteld:

Volledige gedrukte doorsnede (fig. 6a)

In het geval van een volledig gedrukte (ongescheurde) doorsnede wordt de bezwijktoestand bereikt als de vervormingslijn door punt C van figuur 6a gaat. Een vervormingslijn die zowel door punt A als door punt B gaat, is immers fysisch gezien niet mogelijk. Met een dergelijke vervormingslijn stemt een gelijkmatig verdeelde spanning overeen, en dus een centrische normaalkracht, terwijl uit de vervormingslijn volgt dat de doorsnede roteert. Door het punt C als draaipunt voor de bezwijklijnen te kiezen is er steeds een continuïteit tussen verschillende fysisch mogelijke bezwijktoestanden. Deze voorwaarde is gerespecteerd bij het opstellen van de volgende vergelijkingen.

evenwichtsvergelijkingen:

- langsevenwicht:

$$N_d = b d f'_m - b \frac{5}{7} d \frac{f'_d - \sigma_1}{2} \text{ of}$$

$$v = 1 - \frac{5}{14} \left( 1 - \frac{\sigma_1}{f'_d} \right)$$

- rotatie-evenwicht:

$$M_d = b \frac{5}{7} d \frac{f'_d - \sigma_1}{2} \left( \frac{1}{2} d - \frac{1}{3} \frac{5}{7} d \right) \text{ of}$$

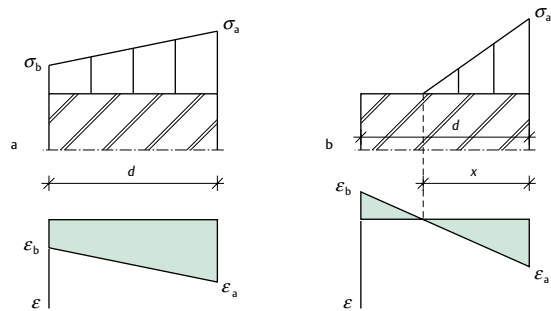
$$\mu = \frac{55}{588} \left( 1 - \frac{\sigma_1}{f'_d} \right)$$

compatibiliteitsvergelijkingen:

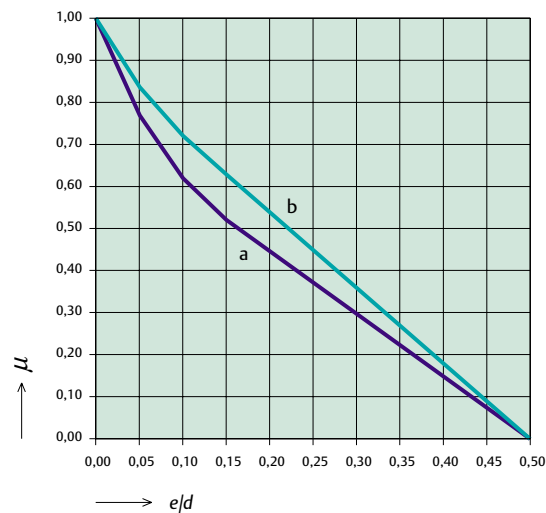
$$\kappa = \frac{0,0025 - \varepsilon_1}{\frac{5}{7} d}; \kappa = \frac{\varepsilon_r - 0,0025}{\frac{2}{7} d}; \varepsilon_r = \kappa x$$

constitutieve vergelijkingen ( $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram)

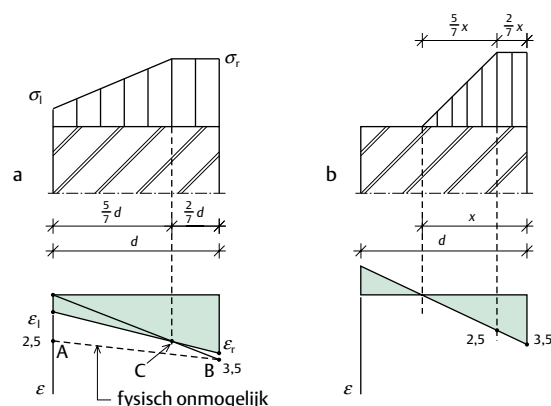
$$\sigma_r = f'_d; \sigma_1 = \varepsilon_1 \frac{f'_d}{0,0025}$$



4 | Spannings- en vervormingstoestanden bij lineair  $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram  
a. volledig gedrukte doorsnede  
b. gescheurde doorsnede



5 | Relatie tussen  $\mu$  en  $e/d$  bij lineair gedrag (a) en bilineair gedrag (b)



6 | Spannings- en vervormingstoestanden bij bilineair  $\sigma$ - $\varepsilon$ -diagram  
a. volledig gedrukte doorsnede  
b. gescheurde doorsnede

Uit het langsevenwicht volgt:

$$\sigma_1 = \frac{14}{5} \left( v - \frac{9}{14} \right) f'_m$$

Substitutie van  $\sigma_1$  in de vergelijking van het rotatie-evenwicht levert:

$$\mu = \frac{55}{588} \left( 1 - \frac{14}{5} v + \frac{9}{5} \right) \text{ of}$$

$$\mu = \frac{11}{42} (1 - v) = 0,262 (1 - v)$$

met geldigheidsgebied:  $0,643 \leq v \leq 1$

In combinatie met  $\mu = v \frac{e}{d}$  leidt dit tot een relatie

tussen de gereduceerde opneembare normaalkracht en de relatieve excentriciteit:

$$v = \frac{1}{1 + \frac{42}{11} \frac{e}{d}} = \frac{1}{1 + 3,818 \frac{e}{d}}$$

met geldigheidsgebied:

$$0 \leq \frac{e}{d} \leq 0,1455$$

#### Gescheurde doorsnede (fig. 6b)

In dit geval is de bezwijktoestand bepaald door de volgende vervormingseisen:

$$\varepsilon_1 = 0$$

$$\varepsilon_r = 3,5^\circ / \infty$$

Op een analoge manier als voor de ongescheurde doorsnede is dan de relatie tussen  $v$  en  $e/d$  te vinden [3]:

$$v = 1,8136 \left( 0,5 - \frac{e}{d} \right)$$

met geldigheidsgebied:

$$0,1455 \leq \frac{e}{d} \leq 0,5$$

In figuur 5, lijn b is deze relatie grafisch voorgesteld. Hierbij blijkt dat bij bilineair materiaalgedrag de draagkracht van een rechthoekige wand minder sterk wordt gereduceerd door de excentriciteit dan bij lineair gedrag. Om de juistheid van de waarden van tabel 6 van NEN 6790 te kunnen evalueren, zijn in tabel 2 de theoretische waarden volgens de hier afgeleide formules weergegeven naast de normwaarden. Hieruit blijkt dat voor gescheurde door-

Tabel 2 | Vergelijking van de theoretisch correcte waarden met de waarden van tabel 6 uit NEN 6790

e/d	v	
	formules	NEN 6790
0,00	1,00	1,00
0,05	0,84	0,86
0,10	0,72	0,74
0,15	0,63	0,63
0,20	0,54	0,54
0,25	0,45	0,45
0,30	0,36	0,36
0,35	0,27	0,27
0,40	0,18	0,18
0,45	0,09	0,09
0,50	0,00	0,00

sneden de beide waarden volledig in overeenstemming zijn, terwijl er voor niet-gescheurde doorsneden een kleine afwijking kan worden vastgesteld. Bij de berekening van de normwaarden voor volledig gedrukte doorsneden werd immers verkeerdelijk aangenomen dat alle bezwijktoestanden overeenstemmen met vervormingslijnen die door punt B van figuur 6a gaan.

#### Conclusies

Voorschriften die in normen zijn opgenomen, zijn steeds een weergave van de stand van de techniek op het tijdstip van de publicatie ervan. Indien men in de loop der tijd wil kunnen evalueren of de regelgeving al dan niet dient te worden aangepast aan nieuwe inzichten of uitgangspunten, is het opstellen van achtergrondrapporten absoluut noodzakelijk. Deze achtergrondrapporten moeten het ook mogelijk maken om te controleren of formules, tabellen en coëfficiënten correct zijn. Bij tabel 6 van NEN 6790 blijken de uitgangspunten voor de berekening van de opneembare normaalkracht niet volledig juist te zijn, waardoor bij gebruik van de tabelwaarden een kleine overschatting van de opneembare normaalkracht wordt gemaakt. Er dient bijgevolg te worden overwogen om bij een toekomstige herziening van de TGB Steen ook de waarden van tabel 6 aan te passen. ■

#### Literatuur

1. NEN 6790, TGB 1990 – Steenconstructies. Basiseisen en bepalingsmethoden.
2. prEN 1996-1-1: Draft Stage 34, Eurocode 6: Design of Masonry Structures – Part 1-1: Common rules for reinforced and unreinforced masonry structures.
3. Martens D.R.W., Vermeltfoort A.Th., Bertram G., Colledictaat Ontwerpen en dimensioneren van steenconstructies. TU/e, augustus 2000.
4. Vandepitte D, Berekening van Constructies, deel 1.